La física en problemes

Salvador Estradé i Jordi Vives

Tal com s'ha dit en números anteriors, l'objectiu d'aquesta secció de la *Revista* és fomentar l'interès per la física entre els estudiants. Per aconseguir-ho demanem al professorat que faci una àmplia difusió d'aquesta proposta entre l'alumnat i l'animi a participar-hi.

A cada número de la *Revista* es proposaran dos problemes: un per a estudiants universitaris i un altre per als de batxillerat. Les millors solucions o les més originals apareixeran publicades en el número següent i es premiarà els guanyadors amb una subscripció gratuïta a la *Revista* durant cinc anys.

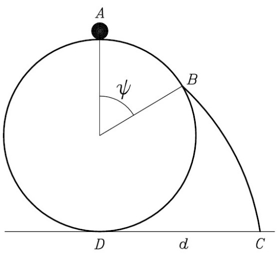
Juntament amb la solució, l'alumne ha de fer constar les dades següents: DNI, nom i cognoms, adreça postal, telèfon, adreça electrònica, nivell i centre d'estudis.

Les respostes als problemes proposats en aquest número s'han de fer arribar abans del 15 de juny de 2006 a:
probuni@ffn.ub.es (nivell universitari)
probsec@ffn.ub.es (nivell de batxillerat).

Finalment, cal dir que agrairem el fet de rebre —a les mateixes adreces electròniques— tot tipus de suggeriments i propostes per incloure en aquesta secció.

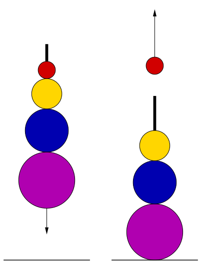
Problema per a l'alumnat de batxillerat

Una petita massa m comença a lliscar sense fricció sobre una guia circular vertical d'1 m de radi, des del punt A amb una velocitat inicial pràcticament nul·la. A quina distància del punt D impactarà contra el terra?



Problema per a l'alumnat universitari

L'Astroblaster és una joguina consistent en quatre boles de diferent massa, subjectes amb un pal que les travessa i que les obliga que xoquin frontalment. Deixant caure el conjunt des d'1 m d'alçada, en xocar verticalment amb el terra, la pilota petita surt disparada a gran alçada i les tres pilotes grans es queden parades.



Si el xoc fos perfectament elàstic i les tres pilotes grans es queden perfectament parades, quina seria l'alçada fins a la qual arribaria la pilota petita? Si la relació entre les masses fos d'$1/3$, fins a quina alçada arribarà? I amb una relació d'$1/4$?

Solució als problemes del número 29 de la *Revista*

Del problema per a l'alumnat de batxillerat

La nostra solució és:

La força que un camp magnètic $\vec{B}$ exerceix sobre una càrrega q que es mou amb una velocitat $\vec{v}_0$ val $\vec{F} = q(\vec{v}_0 \times \vec{B})$.

Suposarem que el camp magnètic uniforme té la direcció de l'eix z i sentit cap amunt ($B\hat{k}$).

En el primer cas, com que la velocitat de la càrrega i el camp magnètic tenen la mateixa direcció, la força sobre q és nul·la i, per tant, la càrrega descriurà un moviment rectilini uniforme (figura 1).

En el segon cas, la velocitat de la càrrega i el camp magnètic són perpendiculars, això fa que sobre q actuï una força de mòdul constant ($F = |q|\, v_0 B\ v_0 B$ en direcció sempre perpendicular a la de la velocitat en cada instant —el sentit de la força dependrà del signe de q. Una força d'aquest tipus determina que la càrrega descrigui un moviment circular uniforme en el pla xy (figura 2), el radi del qual s'obté de:

$$|q|\, v_0 B = m\frac{v_0^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m v_0}{|q|\, B},$$

on m és la massa de la càrrega q.

Cal remarcar que el període d'aquest moviment és independent del valor de la velocitat de la càrrega:

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{|q|\, B}.$$

En el tercer cas, la velocitat de la càrrega i el camp magnètic formen un angle α. En aquesta situació podem descompondre $\vec{v}$ en dues components: una de paral·lela al camp magnètic, v_{0z} ($v_{0z} = v_0 \cos\alpha$), i una altra de perpendicular que farem coincidir amb l'eix y, v_{0y} ($v_{0y} = v_0 \sin\alpha$). Segons hem vist anteriorment, l'acció de $\vec{B}$ no afectarà v_{0z} i únicament canviarà la direcció de v_{0y}.

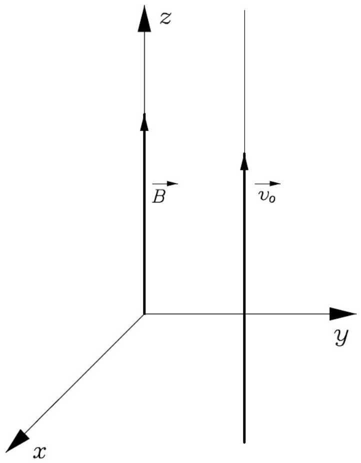


Figura 1

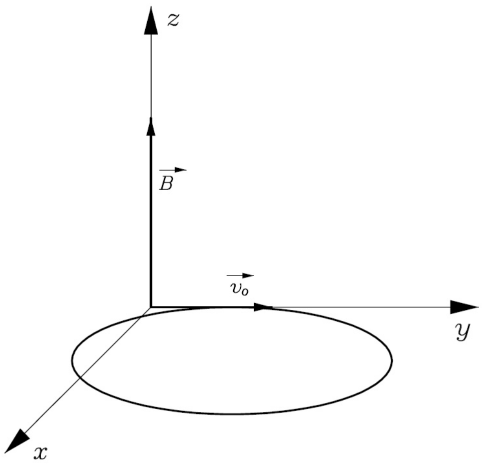


Figura 2

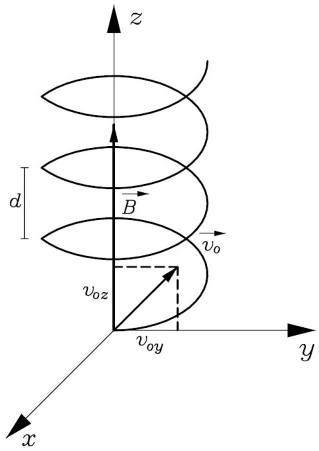


Figura 3

La combinació d'aquests dos moviments: un moviment rectilini uniforme segons l'eix z i un de circular uniforme en el pla xy determinen una trajectòria en hèlix (figura 3), el pas de rosca de la qual val:

$$d = v_0 \cos\alpha T = v_0 \cos\alpha \frac{2\pi m}{|q|\, B} \cdot$$

Del problema per a l'alumnat universitari

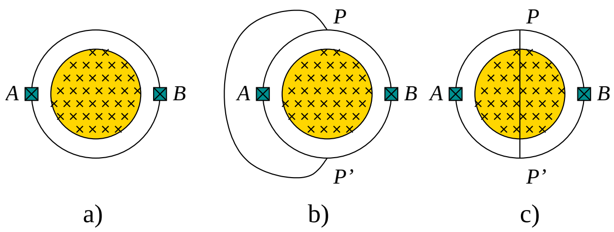


Figura 4

- L'afirmació *1* és certa en a) i c) i falsa en b).
- L'afirmació *2* és certa en b) i falsa en a) i c).
- L'afirmació *3* és certa en b).
- L'afirmació *4* és falsa.
- L'afirmació *5* és certa en b) i falsa en a) i c).
- L'afirmació *6* és falsa.
- L'afirmació *7* és certa en b) i falsa en c).
- L'afirmació *8* és certa en c) i falsa en b).

Justificació:

La força electromotriu a l'espira és:

$$e = -\frac{d\phi}{dt}, \tag{1}$$

on ϕ és el flux del camp magnètic a través de l'espira, en aquest cas $\phi = BS$ i $e = B_0 S 100\pi \sin(100\pi t)$.

També:

$$e = \oint_{espiral} \vec{E} \cdot d\vec{l}, \tag{2}$$

on $\vec{E}$ és el camp electromotor. Per als casos de la figura 4, pot ser interessant, també, escriure aquesta equació com:

$$\frac{e}{2} + \frac{e}{2} = \int_{P}^{P'} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{P'}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{l}. \tag{3}$$

En un dels dos semiperíodes, els tres casos de la figura 4 es poden representar pels tres circuits de la figura 5 respectivament. Aquesta representació resulta evident a partir del que hem vist anteriorment i del fet que flux és nul en la malla de l'esquerra del circuit b) i la meitat del total en cada una de les malles del circuit c).

Si I_A, I_B i I_r són les intensitats en A, B i r respectivament, es pot veure que:

- En el cas a) $I = I_A = I_B$,

$$I = \frac{e}{2R} = \frac{B_0 S 100\pi}{2R} \sin(100\pi t).$$

- En el cas b) $I_A = \dfrac{r}{R} I_r$ i $I_A \approx 0$ si $r \ll R$.

  Per tant, $I_B = I_r = e/R$, $I_B = I_r = 2I$.

- En el cas c) $I_r = 0$ i $I_A = I_B = I$.

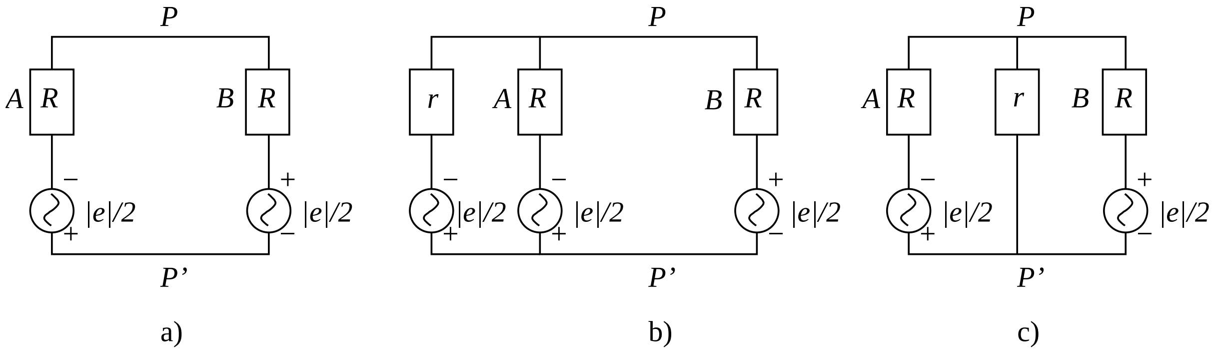


Figura 5